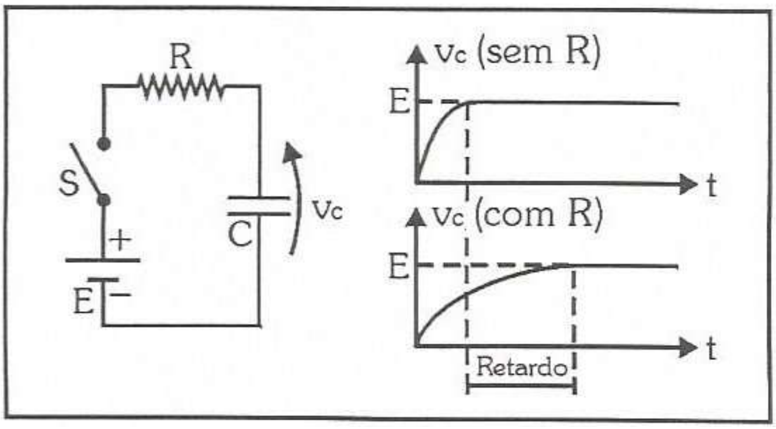
CIRCUITO RC DE TEMPORIZAÇÃO

Um circuito temporizador é aquele que executa uma ação após um intervalo de tempo preestabelecido. Vamos analisar o comportamento de um circuito formado por um resistor e um capacitor:



Ligando um resistor em série com o capacitor, pode-se retardar o tempo de carga, fazendo com que a tensão entre os seus terminais cresça mais lentamente. O produto RC resulta na grandeza "tempo" (segundo). Esse produto é chamado constante de tempo: T = R.C

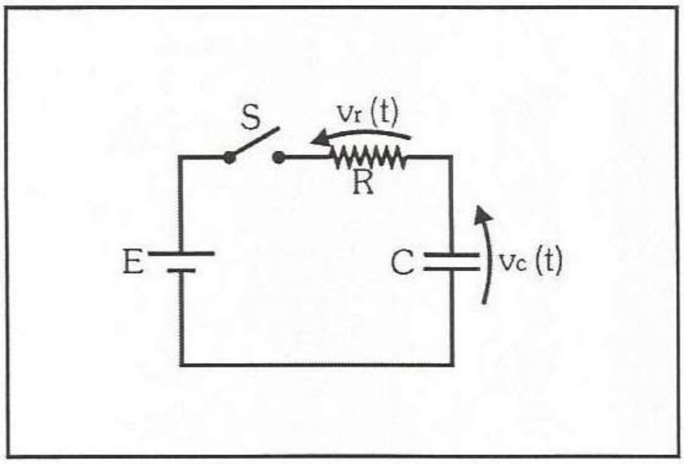
Num circuito RC, quanto maior a constante de tempo, maior é o tempo para o capacitor se carregar.

CARGA DO CAPACITOR

Considere um circuito **RC** série ligado a uma fonte de tensão contínua **E** e a uma chave **S** aberta, com o capacitor completamente descarregado.

Pela Lei de Kirchhoff para Tensões, a equação geral desse circuito é (**S** fechada):

$$v_c(t) + v_r(t) = E$$



A corrente que flui no circuito durante a carga do capacitor pode ser determinada aplicando-se a Primeira Lei de Ohm no resistor **R**:

$$i(t) = \frac{v_r(t)}{R}$$

Ligando a chave **S** no instante **t = 0**, observa-se que as tensões e a corrente do circuito resultam nos seguintes gráficos e expressões:

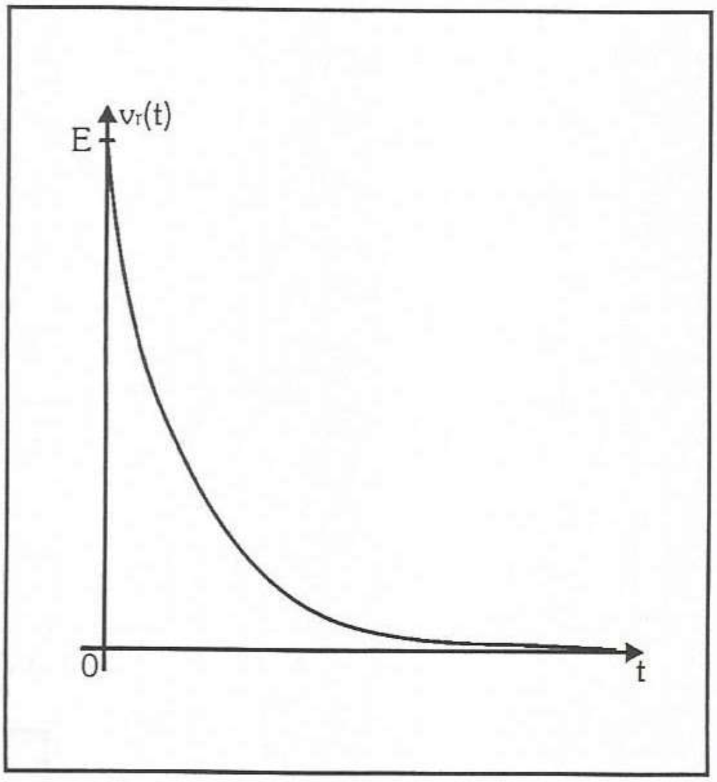
Tensão no Resistor

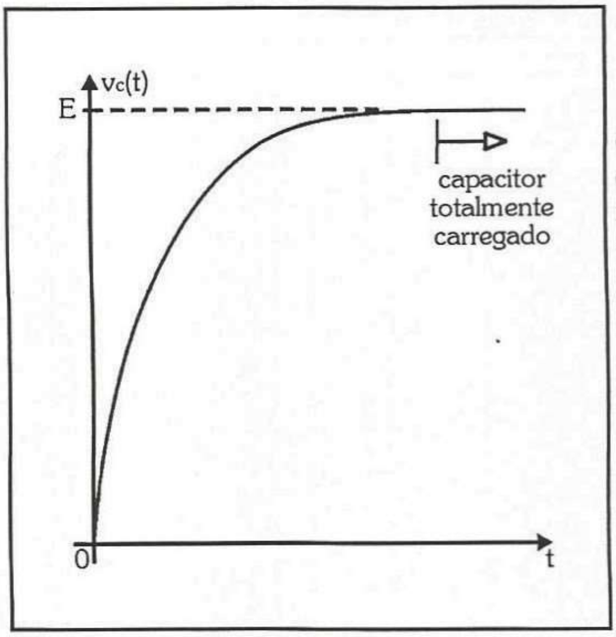
A tensão v_r cai exponencialmente de **E** até **zero**, pois o capacitor descarregado comporta-se como um curto-circuito e totalmente carregado comporta-se como um circuito aberto. Matematicamente:

$$\boxed{v_r(t) = E.e^{-t/\tau}}$$

Em que: $e \cong 2{,}72 =$ algarismo neperiano

Observe que o termo $e^{-t/\tau}$ diminui com o aumento do instante **t**.





Tensão no Capacitor

A tensão v_c no capacitor cresce exponencialmente desde **zero** até a tensão **E**, quando a sua carga é total. Portanto, a **tensão no capacitor** é uma exponencial crescente, que pode ser deduzida a partir da equação geral do circuito e da expressão de v_r:

$$v_c(t) + v_r(t) = E \Rightarrow \quad v_c(t) = E - E.e^{-t/\tau} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_c(t) = E.(1 - e^{-t/\tau})}$$

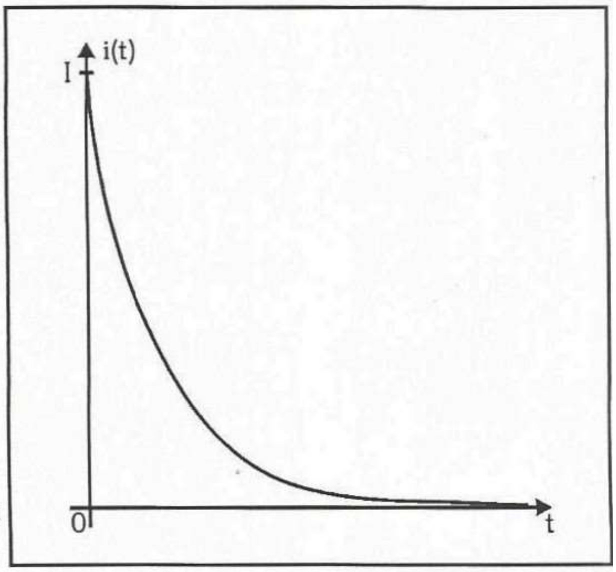
Observe que o termo $(1 - e^{-t/\tau})$ aumenta com o aumento do instante **t**.

Corrente no Circuito

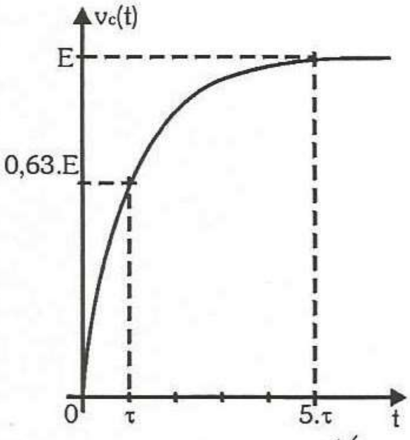
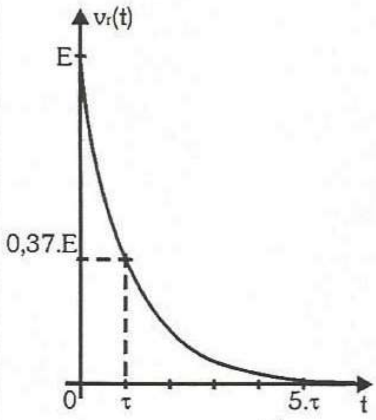
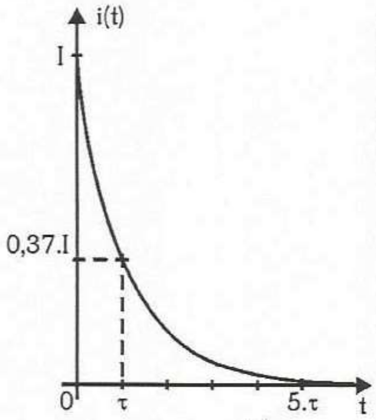
A corrente **i** inicia com um valor máximo **I=E/R** quando o capacitor está descarregado (curto-circuito), caindo até **zero** quando o capacitor está totalmente carregado (circuito aberto). Matematicamente:

$$i(t) = \frac{v_r(t)}{R} \Rightarrow \qquad \boxed{i(t) = I.e^{-t/\tau}}$$

Observe que o termo $e^{-t/\tau}$ diminui com o aumento do instante **t**.



Análise do circuito durante a carga do capacitor:

$v_c(t)$	$v_r(t)$	$i(t)$
		
$\mathbf{v_c(t) = E.(1 - e^{-t/\tau})}$	$\mathbf{v_r(t) = E.e^{-t/\tau}}$	$\mathbf{i(t) = I.e^{-t/\tau}}$

t = 0		
$v_c(0) = E.(1 - e^{0/\tau}) \Rightarrow$	$v_r(0) = E.e^{0/\tau} \Rightarrow$	$i(0) = I.e^{0/\tau} \Rightarrow$
$v_c(0) = E.(1 - e^{0}) = E.(1-1) \Rightarrow$	$v_r(0) = E.e^{0} = E.1 \Rightarrow$	$i(0) = I.e^{0} = I.1 \Rightarrow$
$v_c(0) = 0$	$v_r(0) = E$	$i(0) = I$

Análise: Em t = 0, a tensão no capacitor é nula, a tensão no resistor é máxima e a corrente no circuito é máxima.

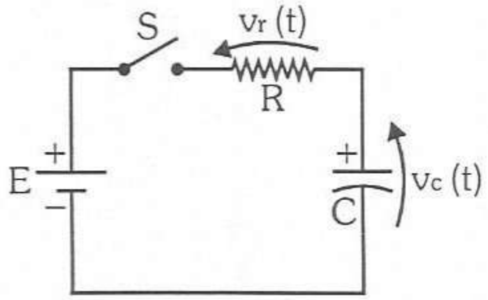
t = τ		
$v_c(\tau) = E.(1 - e^{-\tau/\tau}) \Rightarrow$	$v_r(\tau) = E.e^{-\tau/\tau} \Rightarrow$	$i(\tau) = I.e^{-\tau/\tau} \Rightarrow$
$v_c(\tau) = E.(1 - e^{-1}) = E.(1 - 0{,}37) \Rightarrow$	$v_r(\tau) = E.e^{-1} \Rightarrow$	$i(\tau) = I.e^{-1} \Rightarrow$
$v_c(\tau) = 0{,}63.E$	$v_r(\tau) = 0{,}37.E$	$i(\tau) = 0{,}37.I$

Análise: Em t = τ, a tensão no capacitor cresce até 63% da tensão da fonte (v_c = 0,63.E), a tensão no resistor cai 63% (v_r = 0,37.E) e a corrente no circuito cai 63% (i = 0,37.I).

t = 5.τ		
$v_c(5.\tau) = E.(1 - e^{-5.\tau/\tau}) \Rightarrow$	$v_r(5.\tau) = E.e^{-5.\tau/\tau} \Rightarrow$	$i(5.\tau) = I.e^{-5.\tau/\tau} \Rightarrow$
$v_c(5.\tau) = E.(1 - e^{-5}) = E.(1 - 0{,}01) \Rightarrow$	$v_r(5.\tau) = E.e^{-5} \Rightarrow$	$i(5.\tau) = I.e^{-5} \Rightarrow$
$v_c(5.\tau) = 0{,}99.E$	$v_r(5.\tau) = 0{,}01.E$	$i(5.\tau) = 0{,}01.I$

Considere o circuito RC ao lado, no qual o capacitor encontra-se totalmente descarregado.

Dados: $R = 100k\Omega$
$C = 10\mu F$
$E = 10V$



1) Determine a constante de tempo τ do circuito.

T= R.C =100K.10u =1s

2) A partir do fechamento da chave S, determine **vc**, **vr** e **i** para cada instante **t** da tabela:

t [s]	vc [V]	vr [V]	i[µA]
0	0	10	100
0,4	3,32	6,7	67
0,6	4,5	5,48	54,8
1,0	6,3	3,67	36,7
1,5	7,76	2,23	22,3
2,0	8,64	1,35	13,5
3,0	9,5	0,49	4,97
4,0	9,81	0,18	1,83
5,0	9,93	0,06	0,67
6,0	9,97	0,02	0,24
8,0	9,99	0,003	0,03

Vc(0)= 10(1-e^{-0}) =0 Vr= 10.e^{-0} =10V i(0)=(12/100k).e^{-0} =100uA
Vc(0,4)= 10(1-$e^{-0,4}$)=10(1-0,67)= 3,32V Vr(o,4)=10.$e^{-0,4}$=6,7V i(0,4)=67uA
Vc(0,6)=10(1-$e^{-0,6}$)=10(1-0,548)=4,51V Vr(0,6)=10.$e^{-0,6}$ =5,48V i(0,6)=54,8uA
Vc(1,0)= 10(1-e^{-1})=10(1-0,367)=6,32V Vr(1,0)=10.e^{-1}=3,67V i(1,0)=36,7uA
Vc(1,5)=10(1-$e^{-1,5}$)=10(1-0,223)=7,76V Vr(1,5)=10.$e^{-1,5}$=2,23V i(1,5)=22,3uA
Vc(2,0)=10(1-e^{-2})=10(1-0,135)=8,64V Vr(2,0)=10.e^{-2}= 1,35V i(2,0)=13,5uA
Vc(3,0)=10(1-e^{-3})=10(1-0,049)=9,5V Vr(3,0)=10.e^{-3}=0,497V i(3,0)= 4,97uA
Vc(4,0)=10(1-e^{-4})=10(1-0,0183)=9,81V Vr(4,0)=10.e^{-4}=0,183V i(4,0)=1,83uA
Vc(5,0)=10(1-e^{-5})=10(1-0,0067)=9,93V Vr(5,0)=10.e^{-5}= 0,067V i(5,0)=0,67uA
Vc(6,0)=10(1-e^{-6})=10(1-0,00247)=9,97V Vr(6,0)=10.e^{-6}=0,0247V i(6,0)=0,247uA
Vc(8,0)=10(1-e^{-8})=10(1-0,00033)=9,99V Vr(8,0)=10.e^{-8}=0,003V i(8,0)=0,03uA

3) Determine o instante em que a tensão no capacitor atinge metade de seu valor máximo, isto é, 5V.

Substituindo Vc(t)=5V e T=1s na expressão da carga do capacitor, tem-se:

$$Vc(t) = E.\ (1 - e^{-t/T})$$

$$5 = 10.\ (1 - e^{-t/1})$$

$$0,5 = 1 - e^{-t}$$

$$0,5 - 1 = - e^{-t}$$

$$-0,5 = - e^{-t}$$

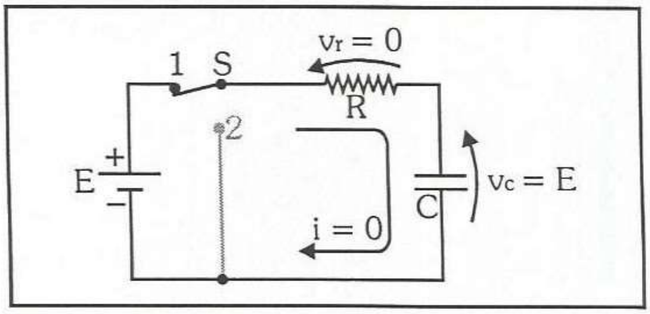
$$\ln 0,5 = -t \ln e$$

$$-0,69 = - t$$

$$t = 0,69s$$

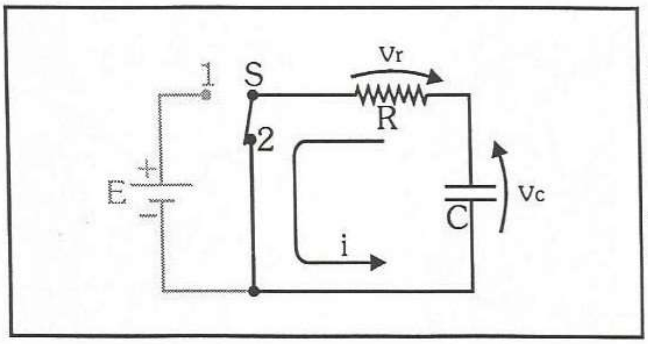
Descarga do Capacitor

Considere um circuito **RC** série ligado a uma fonte de tensão **E** e a uma chave **S** inicialmente na posição **1**, com o capacitor já completamente carregado.



Dessa forma, tem-se:

$i = 0$; $v_c = E$; $v_r = 0$



Ao mudar a chave **S** para a posição **2** no instante **t = 0**, a fonte de alimentação é desligada, ficando o circuito **RC** em curto.

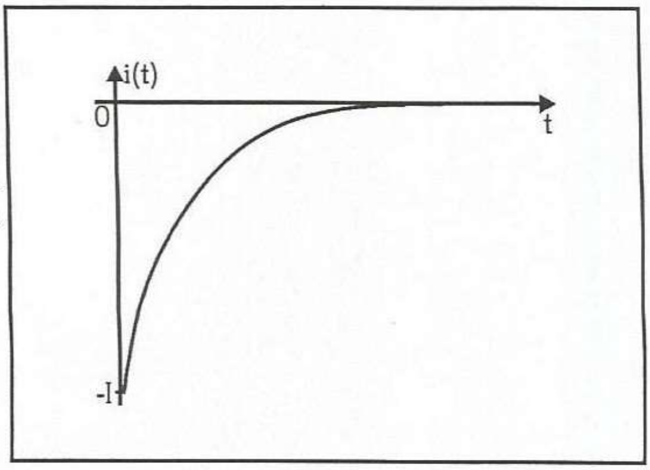
Assim, o capacitor se descarrega sobre o resistor, de forma que sua tensão descreve uma curva exponencial decrescente.

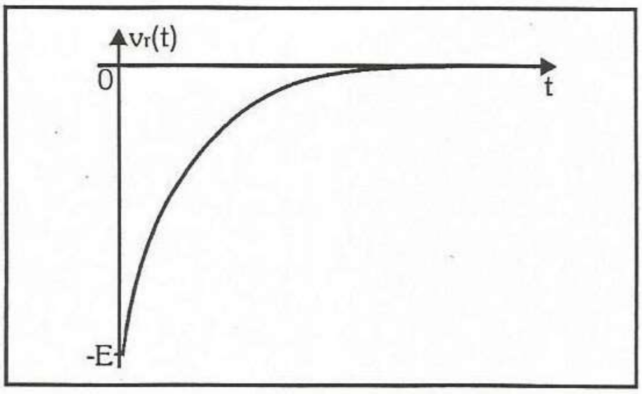
Nesse caso, o capacitor comporta-se como uma **fonte de tensão**, cuja capacidade de fornecimento de corrente é limitada pelo tempo de descarga.

Corrente no Circuito

A corrente **i** flui agora no sentido contrário, decrescendo exponencialmente desde **–I =–E/R** até **zero**, devido à descarga do capacitor. Assim, a sua expressão é dada por:

$$\boxed{\mathbf{i(t) = -I.e^{-t/\tau}}}$$





Tensão no Resistor

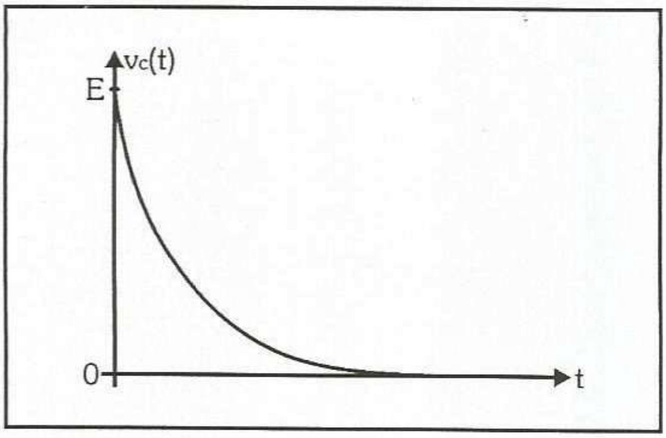
A tensão v_r no resistor acompanha a corrente, de forma que a sua expressão é dada por:

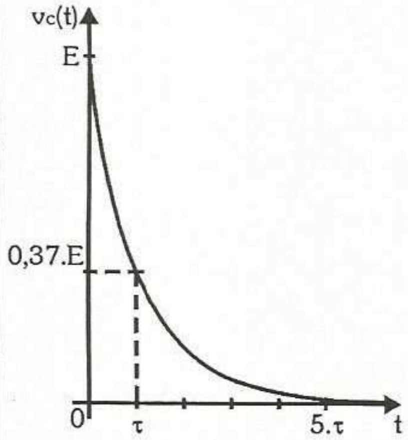
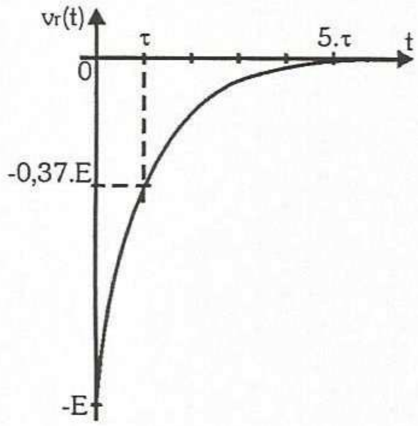
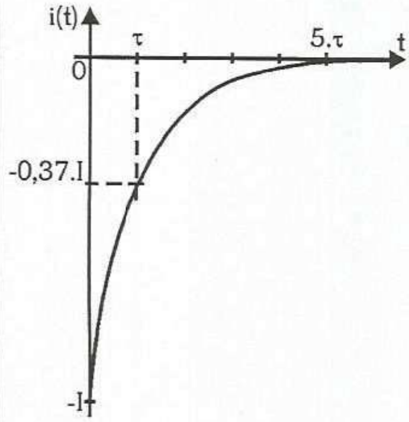
$$\boxed{\mathbf{v_r(t) = -E.e^{-t/\tau}}}$$

Tensão no Capacitor

A expressão da descarga do capacitor é dada por:

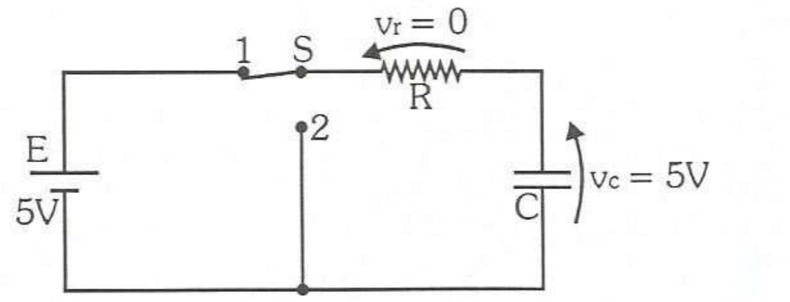
$$\boxed{v_c(t) = E.e^{-t/\tau}}$$



Análise do circuito durante a descarga do capacitor:		
$v_c(t)$	**$v_r(t)$**	**$i(t)$**
 $v_c(t) = E.e^{-t/\tau}$	 $v_r(t) = -E.e^{-t/\tau}$	 $i(t) = -I.e^{-t/\tau}$
$t = 0$		
$v_c(0) = E.e^{0/\tau} \Rightarrow v_c(0) = E$	$v_r(0) = -E.e^{0/\tau} \Rightarrow v_r(0) = -E$	$i(0) = -I.e^{0/\tau} \Rightarrow i(0) = -I$
Análise: Em t = 0, as tensões no capacitor e no resistor e a corrente no circuito são máximas.		
$t = \tau$		
$v_c(\tau) = E.e^{-\tau/\tau} \Rightarrow$ $v_c(\tau) = 0{,}37.E$	$v_r(\tau) = -E.e^{-\tau/\tau} \Rightarrow$ $v_r(\tau) = -0{,}37.E$	$i(\tau) = -I.e^{-\tau/\tau} \Rightarrow$ $i(\tau) = -0{,}37.I$
Análise: Em $t = \tau$, a tensão no capacitor cai 63% ($v_c = 0{,}37.E$), a tensão no resistor cai 63% ($v_r = -0{,}37.E$) e a corrente no circuito cai 63% ($i = -0{,}37.I$).		
$t = 5.\tau$		
$v_c(5.\tau) = E.e^{-5.\tau/\tau} \Rightarrow$ $v_c(5.\tau) = 0{,}01.E$	$v_r(5.\tau) = -E.e^{-5.\tau/\tau} \Rightarrow$ $v_r(5.\tau) = -0{,}01.E$	$i(5.\tau) = -I.e^{-5.\tau/\tau} \Rightarrow$ $i(5.\tau) = -0{,}01.I$

Considere o circuito RC ao lado, no qual o capacitor encontra-se totalmente carregado com tensão E = 5V.

Dados: R = 10kΩ
C = 47nF



1) Determine a constante de tempo τ do circuito.

T =R.C =10K.47n = 0,47ms

2) A partir da mudança da chave S para 2, determine **vc**, **vr** e **i** para cada instante **t** da tabela:

t[ms]	vc [V]	vr [V]	i[μA]	$Vc(t)=E.e^{-t/T}$ $Vr(t)=-E.e^{-t/T}$ $i(t)=- I.e^{-t/T}$
0	5	-5	-500	$vc(0)=5.e^{-0}=5V$ $vr(o)=-5.e^{-0}=-5V$ $i(0) = 5/10K.e^{-0}=-500uA$
0,2	3,26	-3,26	-326,7	$vc(0,2)=5.e^{-0,425}=3,26V$ vr(0,2)=-3,26V i(0,2)= -326,7uA
0,3	2,64	-2,64	-264,1	$vc(0,3)=5.e^{-0,638}=2,64V$ vr(0,3)=-2,64V i(0,3)=-264,1uA
0,5	1,72	-1,72	-172,5	$vc(0,5)=5.e^{-1,063}=1,725V$ vr(0,5)=-1,7 2V i(0,5)=-172,5uA
0,8	0,91	-0,91	-91,1	$vc(0,8)=5.e^{-1,702}=0,91V$
1,0	0,595	-0,595	-59,5	$vc(1,0)=5.e^{-2,127}=0,595V$
1,4	0,254	-0,254	-25,4	$vc(1,4)=5.e^{-2,978}=0,254V$
1,8	0,108	-0,108	-10,8	$vc(1,8)=5.e^{-3,829}=0,108V$
2,0	0,07	-0,07	-7,1	$vc(2,0)=5.e^{-4,255}=0,07V$
2,5	0,039	-0,039	-3,9	$vc(2,5)=5.e^{-5,319}=0,039V$
3,0	0,008	-0,008	-0,8	$vc(3,0)=5.e^{-6,382}=0,008V$

3) Determine o instante em que a tensão no capacitor atinge metade de seu valor máximo, isto é, 2,5V

T = R.C =19K.47n= 0,47ms

$Vc (t) = E.e^{-t/T}$

$2,5 = 5.e^{-t/0,47m}$

$0,5 = e^{-t/0,47m}$

Ln.0,5 = (-t/0.47m). ln.e

-0,693 = -t/0,47m

T = 0,696 x 0,47m =0,325ms